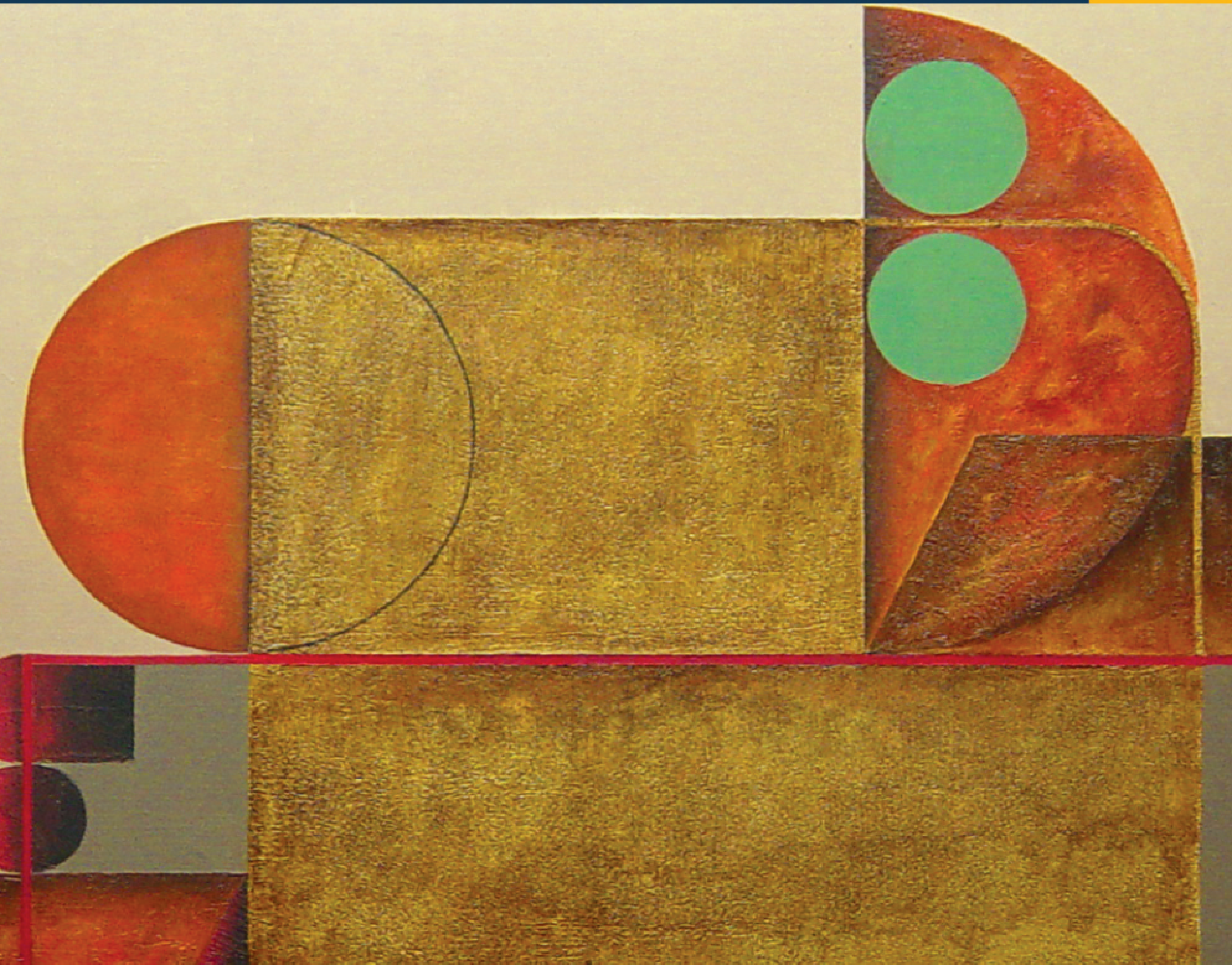
CONOCIMIENTOS FUNDAMENTALES DE

MATEMÁTICAS

TRIGONOMETRÍA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA



Elena de Oteyza (Coordinadora)

PEARSON Educación®

COLECCIÓN CONOCIMIENTOS FUNDAMENTALES

Conocimientos
Fundamentales de Matemáticas

Trigonometría y Geometría Analítica

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Colección Conocimientos Fundamentales

Esta colección es parte de un programa de la UNAM orientado
a la producción de libros y materiales digitales para el bachillerato.

Colección Conocimientos Fundamentales

Conocimientos Fundamentales de Matemáticas

Trigonometría y Geometría Analítica

M. en C. Elena de Oteyza de Oteyza
(Coordinadora)

M. en C. Elena de Oteyza de Oteyza
Profesora de la Facultad de Ciencias, UNAM

M. en C. Emma Lam Osnaya
Profesora de la Facultad de Ciencias, UNAM

Dr. Carlos Hernández Garciadiego
Investigador del Instituto de Matemáticas, UNAM

M. en C. Ángel Manuel Carrillo Hoyo
Investigador del Instituto de Matemáticas, UNAM

Dr. Arturo Ramírez Flores
CIMAT Guanajuato

Universidad Nacional Autónoma de México
México, 2007

PEARSON Educación

México • Argentina • Brasil • Colombia • Costa Rica • Chile • Ecuador
España • Guatemala • Panamá • Perú • Puerto Rico • Uruguay • Venezuela

Datos de catalogación bibliográfica

DE OTEYZA, ELENA *et al.*

Conocimientos Fundamentales de Matemáticas. Trigonometría y Geometría Analítica

PEARSON EDUCACIÓN, México, 2007

ISBN: 978-970-26-1131-8
Área: Bachillerato

Formato: 21 × 27 cm   Páginas: 512

Programa Conocimientos Fundamentales para la Enseñanza Media Superior

Coordinación general: Dra. Rosaura Ruiz Gutiérrez y Dr. Arturo Argueta Villamar
Coordinación operativa: Dr. Alfredo Arnaud Bobadilla
Coordinación editorial: Rosanela Álvarez Ruiz

La Coordinación agradece la colaboración de la Escuela Nacional Preparatoria, el Colegio de Ciencias y Humanidades, el Consejo Académico del Bachillerato, la Facultad de Filosofía y Letras, la Facultad de Ciencias, la Facultad de Química, el Instituto de Ecología, el Instituto de Geografía, el Instituto de Investigaciones Filosóficas, el Instituto de Matemáticas, el Instituto de Física, el Instituto de Investigaciones en Materiales, el Centro de Ciencias Físicas, la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico, la Coordinación de Universidad Abierta y Educación a Distancia, la Dirección General de Actividades Cinematográficas, la Dirección General de Divulgación de la Ciencia, la Dirección General de Televisión Universitaria y la Dirección de Literatura. Se agradece también a la Academia Mexicana de Ciencias.

Portada: Manuel Felguérez. Sin título, óleo sobre tela, 35 × 45 cm, 1976.

Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica
1ª edición, 2007
Colección Conocimientos Fundamentales

ISBN 978-970-32-4639-7

PRIMERA EDICIÓN, 2007

Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. Núm. 1031

ISBN 10: 970-26-1131-8
ISBN 13: 978-970-26-1131-8

Impreso en México. *Printed in Mexico.*

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 - 10 09 08 07

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Presentación

El saber, entendido como fuerza que impulsa de manera determinante al desarrollo, tanto individual como social, constituye una condición necesaria para el crecimiento, la democracia, la equidad y la libertad.

En el contexto de la sociedad del conocimiento, la formación media superior se ha convertido en un tema de atención prioritaria para las instituciones educativas. Sus nuevas tendencias, oportunidades y posibilidades, su función de enlace entre los niveles básico y profesional y su situación estratégica en el proceso formativo, dotan al bachillerato de un gran potencial.

El libro que tienes en tus manos es producto de un muy estimable esfuerzo hecho por la Universidad Nacional Autónoma de México para fortalecer al bachillerato. Forma parte de la **Colección Conocimientos Fundamentales** para la enseñanza media superior, concebida bajo la visión de que los acelerados cambios y transformaciones de las últimas décadas en los diversos campos del saber y del quehacer humano, deben reflejarse en los contenidos educativos del siglo que inicia. En tal sentido, este ciclo de estudios está siendo objeto de un profundo análisis.

Entre los aspectos que, sin duda, impulsarán al bachillerato, están su articulación orgánica con las etapas educativas posteriores; el establecimiento de estrategias de atención a requerimientos pedagógicos específicos; la modificación curricular sustentada en el perfil de egreso y en los conocimientos relevantes y pertinentes que requiere el estudiante; el mejoramiento de la docencia, y la incorporación de nuevas tecnologías a la enseñanza-aprendizaje en esta etapa.

Con base en lo anterior, la Secretaría de Desarrollo Institucional, en colaboración con la Escuela Nacional Preparatoria, el Colegio de Ciencias y Humanidades y el Consejo Académico del Bachillerato de la UNAM, ha emprendido un programa conducente a replantear los contenidos temáticos de las disciplinas que se imparten en este nivel de estudios.

Los libros y materiales de la **Colección Conocimientos Fundamentales** para la enseñanza media superior son el punto de partida para establecer los cimientos de una formación que, efectivamente, te proporcione una cultura general interdisciplinaria y de capacidades específicas para que puedas responder a las exigencias de un entorno cada vez más complejo y demandante. Dichos conocimientos, además de las habilidades y valores correspondientes, deben prepararte también para el aprendizaje a lo largo de tu vida.

La Colección cuenta con la participación de destacados académicos de la Universidad, en el marco de un programa institucional destinado a rendir sus mejores frutos en beneficio de los jóvenes del bachillerato en México y en América Latina.

Dr. Juan Ramón de la Fuente
Rector de la Universidad Nacional Autónoma de México

Prefacio

La Secretaría de Desarrollo Institucional, en colaboración con la Escuela Nacional Preparatoria, el Colegio de Ciencias y Humanidades y el Consejo Académico del Bachillerato de la UNAM, emprendió la tarea de reflexionar sobre los contenidos temáticos de las disciplinas que se imparten en el bachillerato, bajo la premisa de que la enseñanza media superior tiene como objetivos principales la formación de estudiantes que continúen sus estudios en la licenciatura y el posgrado, con posibilidades reales de incorporarse a la vida laboral, con un claro compromiso social.

Las disciplinas elegidas para trabajar en una primera etapa fueron: biología, filosofía, física, geografía, matemáticas, literatura y química. Se formaron grupos de trabajo integrados por profesores del bachillerato, la licenciatura y el posgrado, que definieron los conocimientos fundamentales de cada disciplina, en función de su desarrollo reciente, de su pertinencia en el marco de la enseñanza media superior y del impulso a la interdisciplina.

La definición de los conocimientos fundamentales tiene como fin el determinar los saberes básicos e imprescindibles con que los estudiantes deben contar al término del ciclo del bachillerato y proporcionar a los alumnos una cultura general de la disciplina, que les permita estar preparados para incursionar en nuevos espacios del saber.

Una vez establecidos tales conocimientos, se integraron grupos de trabajo más amplios para elaborar los contenidos de los libros, de los discos compactos y de la página web, que son los tres materiales de apoyo a tu formación que incluye este programa. Éstos se insertan en el marco de la **Colección Conocimientos Fundamentales** para que puedas usarlos con la orientación y apoyo de tus profesores.

La definición y la producción de los materiales de esta Colección contó con la amplia participación de la Escuela Nacional Preparatoria, el Colegio de Ciencias y Humanidades, el Consejo Académico del Bachillerato, la Facultad de Filosofía y Letras, la Facultad de Ciencias, la Facultad de Química, el Instituto de Ecología, el Instituto de Geografía, el Instituto de Investigaciones Filosóficas, el Instituto de Matemáticas, el Instituto de Física, el Instituto de Investigaciones en Materiales, el Centro de Ciencias Físicas, la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico, la Coordinación de Universidad Abierta y Educación a Distancia, la Dirección General de Actividades Cinematográficas, la Dirección General de Divulgación de la Ciencia, la Dirección General de Televisión Universitaria y la Dirección de Literatura. También contribuyó en la tarea un selecto grupo de miembros de la Academia Mexicana de Ciencias, quienes hicieron sugerencias para mejorar los materiales. A todos ellos, nuestro reconocimiento y gratitud.

El Programa de Fortalecimiento del Bachillerato, del que forma parte la **Colección Conocimientos Fundamentales** es una iniciativa de la UNAM destinada a apoyar y fortalecer los estudios de bachillerato en lengua española.

Con esta primera serie de libros y materiales para siete disciplinas, dirigidos a los maestros y estudiantes del nivel medio superior, nuestra Universidad inicia esta Colección que habrá de enriquecerse con una serie de nuevos títulos, realizados con la calidad y el profesionalismo propios de nuestra casa de estudios.

Dra. Rosaura Ruiz Gutiérrez
Secretaria de Desarrollo Institucional

Índice

MÓDULO 1

La trigonometría

La trigonometría se basa en la semejanza de triángulos; esto es, si dos triángulos tienen sus lados proporcionales entonces sus ángulos deben ser iguales. Así que debe haber una manera de calcular los ángulos en términos de los lados. Las funciones trigonométricas son las que permiten calcular dichos ángulos.

El capítulo inicia con el estudio del triángulo rectángulo y las funciones trigonométricas de los ángulos agudos. Se trabaja indistintamente con la medida de los ángulos en grados y en radianes. Posteriormente, se extienden las funciones trigonométricas para cualquier ángulo mediante el uso del círculo trigonométrico, viendo a los ángulos como el giro que realiza un punto sobre el círculo unitario.

Las identidades trigonométricas son importantes para poder resolver problemas geométricos y de cálculo, por lo que se dedica una sección a su estudio.

Por último, para lograr resolver cualquier tipo de triángulo, es decir, dados algunos de sus elementos poder encontrar todos los demás, se estudian la ley de los senos y la ley de los cosenos.

Los ángulos y su medición

Tomemos dos semirrectas OA y OB a cuyo punto en común O, lo llamaremos *vértice*. Si mantenemos fija a la semirrecta OA y hacemos girar OB desde la posición inicial OA hasta la posición final OB, diremos que generó un *ángulo* $\angle AOB$.

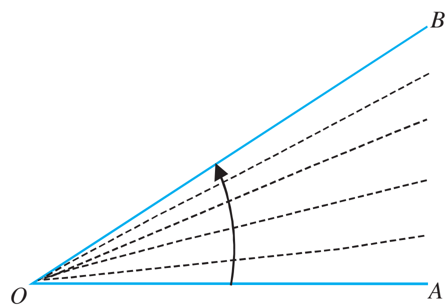


Figura 1-1

La semirrecta OA se conoce como *semirrecta inicial* y OB como *semirrecta final* o *generatriz*.

Para medir un ángulo, se debe contar primero con una unidad de medida. Parece natural considerar al ángulo recto, que es el formado por dos rectas perpendiculares; sin embargo, para fines prácticos, esta unidad es muy grande, por lo que se ha recurrido a considerar unidades más pequeñas.

Podemos dividir al ángulo recto en 90 partes iguales, llamadas *grados*. Cada grado se divide en 60 partes iguales llamadas minutos y cada minuto en 60 partes iguales llamadas segundos; ésta es la medida angular en el sistema *sexagesimal*.

Cada ángulo se determina diciendo cuántos grados, minutos y segundos mide. La notación que es común usar para grados, minutos y segundos es $^\circ$, $'$, $''$.

Ejemplos

1. Un ángulo recto mide 90 grados y conforme a la notación anterior se escribe 90°.
2. Cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60°.
3. Para indicar que un ángulo mide 35 grados, 21 minutos y 14 segundos, escribimos $35^\circ\, 21'\, 14''$.
4. Si uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo mide $25^\circ\, 25'\, 25''$, ¿cuánto mide el otro ángulo agudo?

Solución:

Como los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son *complementarios*, es decir, suman 90°, entonces calculamos

$$90^\circ - \left(25^\circ\, 25'\, 25''\right).$$

Para poder efectuar la resta escribimos 90° como $89^\circ\, 59'\, 60''$; entonces:

$$90^\circ - \left(25^\circ\, 25'\, 25''\right) = \left(89^\circ\, 59'\, 60''\right) - \left(25^\circ\, 25'\, 25''\right) = 64^\circ\, 34'\, 35''.$$

El otro ángulo agudo mide $64^\circ\, 34'\, 35''$.

Una variante de la medición de los ángulos en grados es expresar a las fracciones de grado en notación decimal, es decir, dividirlos en décimos, centésimos, milésimos...

Para convertir de la notación de minutos y segundos a la notación decimal, utilizamos la regla de tres:

$$60 \text{ minutos} \rightarrow 1 \text{ grado}$$

$$m \text{ minutos} \rightarrow g \text{ grados}$$

de donde obtenemos que $1' = \frac{1°}{60} \approx 0.016667$, y la regla de tres:

$$3600 \text{ segundos} \rightarrow 1 \text{ grado}$$

$$s \text{ segundos} \rightarrow g \text{ grados}$$

de donde obtenemos que $1'' = \frac{1°}{3600} \approx 0.000278$.

Ejemplos

1. Escribir $35°\,21'\,14''$ en expresión decimal.

Solución:

Nos quedamos con los $35°$ y transformamos a decimales los minutos y los segundos;

$$21' = \frac{21}{60} \approx 0.35° \quad \text{y} \quad 14'' = \frac{14}{3600} \approx 0.0039°,$$

entonces,

$$35°\,21'\,14'' \approx 35.3539°$$

2. Escribir $32.5892°$ en grados, minutos y segundos.

Solución:

Nos quedamos con la parte entera y convertimos los 0.5892 grados a minutos:

$$0.5892 \text{ grados } = 0.5892 \times 60 = 35.352 \text{ minutos;}$$

nos quedamos con la parte entera y convertimos los 0.352 minutos a segundos:

$$0.352 \text{ minutos } = 0.352 \times 60 = 21.12 \text{ segundos;}$$

así que

$$32.5892° \approx 32°\,35'\,21''.$$

Este tipo de notación ha cobrado importancia debido a la existencia de las calculadoras de bolsillo, ya que la mayoría de ellas expresan los grados en forma decimal y no en grados, minutos y segundos y, por otro lado, es mucho más fácil hacer operaciones aritméticas con ellos.

La medida circular o en radianes

Existe otra forma de medir los ángulos que es más conveniente en ciertas áreas de las matemáticas. Por ejemplo, en el cálculo diferencial e integral. Consideremos un ángulo central AOB; es decir, un ángulo cuyo vértice se encuentre en el origen de coordenadas; dibujamos un círculo con centro en el origen y radio r. La medida del ángulo AOB en radianes es el cociente de la longitud del arco que subtiende entre el radio del círculo,

$$\text{medida del ángulo } AOB = \frac{x}{r}.$$

Cuando la longitud del arco es igual al radio del círculo, obtenemos la unidad de medida, a la que llamamos *radián*.

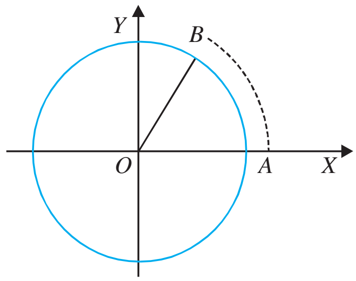


Figura 1-2

Queda la duda de si esta unidad de medida pueda depender del radio del círculo; veremos que no es así.

A un ángulo de 360° le corresponde un arco que es el perímetro del círculo $(2\pi r)$, de modo que a un ángulo AOB que mide $\theta°$ le corresponde un arco que mide x unidades; es decir,

$$\frac{360}{2\pi r} = \frac{\theta}{x},$$

de donde

$$x = \frac{\theta(2\pi r)}{360}$$
$$\frac{x}{r} = \frac{\pi}{180}\theta \tag{1.1}$$

pero $\frac{x}{r}$ es por definición la medida en radianes del $\angle AOB$, que no depende del radio, pues de acuerdo con la igualdad anterior, coincide con la expresión $\frac{\pi}{180}\theta$ que es independiente del radio.

Observación:

En un círculo de radio 1, la longitud x del arco que subtiende un ángulo central es la medida en radianes del ángulo $\left(\frac{x}{1}\right)$.

Si consideramos dos ángulos centrales AOB y COD de un círculo y consideramos sus medidas en radianes, tenemos

$$\angle AOB = \frac{\text{arco } AB}{r} \quad \text{y} \quad \angle COD = \frac{\text{arco } CD}{r}$$

donde r es el radio del círculo, de donde

$$\frac{\angle AOB}{\text{arco } AB} = \frac{1}{r} \quad \text{y} \quad \frac{\angle COD}{\text{arco } CD} = \frac{1}{r}.$$

Así, los ángulos centrales son proporcionales a los arcos que subtienden, es decir,

$$\frac{\angle AOB}{\text{arco } AB} = \frac{\angle COD}{\text{arco } CD}.$$

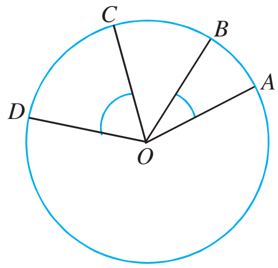


Figura 1-3

La expresión (1.1) también nos dice cómo pasar de medidas en radianes a medidas en grados y recíprocamente.

$$1 \text{ radián } = \frac{180}{\pi} \text{ grados} \qquad 1 \text{ grado } = \frac{\pi}{180} \text{ radianes}$$

Ejemplos

1. ¿Cuál es el valor en grados, de un radián?

Solución:

Como $\pi \approx 3.1416$, tenemos que

$$\frac{180}{3.1416} = 57.29$$

Entonces, al usar la primera de las igualdades anteriores se tiene que un radián equivale aproximadamente a 57.29 grados.

2. Encontrar en radianes, el valor correspondiente a 75 grados.

Solución:

$$\frac{75\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}.$$

La medida en radianes de 75 grados es $\frac{5\pi}{12}$.

3. Encontrar el valor en grados de $\frac{\pi}{3}$ radianes.

Solución:

$$\frac{\pi}{3}\frac{180}{\pi} = 60.$$

$\frac{\pi}{3}$ radianes equivalen a 60 grados.

4. Encontrar el valor en radianes de $148° \, 36' \, 27''$.

Solución:

Primero escribimos $148° \, 36' \, 27''$ en forma decimal.

$$36' = \frac{36}{60} = 0.6° \qquad \text{y} \qquad 27'' = \frac{27}{3600} = 0.0075°$$

Entonces

$$148°\ 36'\ 27'' = 148.6075°$$

de donde

$$\frac{148.6075\pi}{180} \approx 2.59$$

148° 36′ 27″ equivale, aproximadamente, a 2.59 radianes.

En la tabla siguiente aparecen algunos de los ángulos más comunes escritos en grados y radianes.

Grados:	30	45	60	90	135	180	270	360
Radianes:	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

Ejercicios

Escribe en grados, minutos y segundos cada expresión decimal.

1. 5.4267° **2.** 28.91034° **3.** 106.56°

4. 239.8051° **5.** 327.1480° **6.** 175.60123°

Escribe la expresión decimal de:

7. 56° 29′ 8″ **8.** 98° 54′ 23″ **9.** 204° 17′ 32″

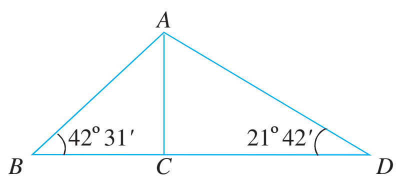
10. 283° 45′ 16″ **11.** 73° 13′ 57″ **12.** 152° 36′ 59″

13. ¿Cuántos minutos hay en 35° 10′?

14. ¿Cuántos segundos hay en $\frac{5}{6}\pi$ radianes?

15. Expresa en grados, minutos y segundos un millón de segundos.

16. Dos triángulos que tienen un cateto común forman un triángulo como el de la siguiente figura. Si el ángulo en B mide 42° 31′ y el ángulo D mide 21° 42′, ¿cuánto mide el ángulo $\angle DAB$?



17. ¿Cuántos segundos mide un radián?

Expresa en grados las siguientes medidas en radianes:

18. $\frac{\pi}{2}$ **19.** $\frac{\pi}{3}$ **20.** $\frac{\pi}{4}$ **21.** $\frac{\pi}{5}$ **22.** $\frac{\pi}{6}$ **23.** $\frac{\pi}{7}$

Expresa en radianes, en términos de π, lo siguiente:

24. 45° **27.** 36°

25. 15° **28.** 75°

26. 120° **29.** 90°

30. Encuentra la medida en grados de cada ángulo interior de

a) un pentágono regular.

b) un octágono regular.

c) un decágono regular.

d) un hexágono regular.

e) un heptágono regular.

f) un dodecágono regular.

Relaciones básicas de la trigonometría

¿Cuántos triángulos rectángulos pueden construirse si los catetos deben medir 5 y 12 metros, respectivamente?

Solución:

Recordemos que dos triángulos son congruentes cuando sus tres lados son congruentes.
Para contestar la pregunta, usamos el teorema de Pitágoras, que garantiza que la hipotenusa es igual a

$$\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13.$$

Conocidos los tres lados, de longitudes 5, 12 y 13, hay una sola manera de construir el triángulo; cualquier otra construcción nos dará un triángulo congruente con éste.

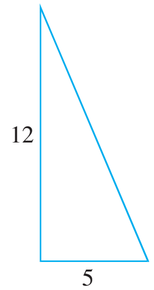


Figura 1-4

Puede construirse un único triángulo rectángulo cuyos catetos midan 5 y 12 metros.

Observación:

Si quitamos la condición de que el triángulo sea rectángulo, la solución no es única; esto es, hay una infinidad de triángulos tales que dos de sus lados miden 5 y 12 metros respectivamente.

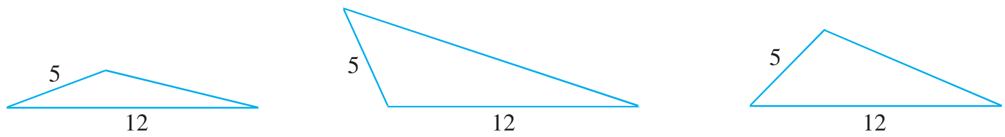


Figura 1-5

La trigonometría, como su nombre lo indica, surgió de la necesidad de medir triángulos, lo cual puede ser posible utilizando las relaciones que guardan sus lados, los ángulos, las áreas, así como otros elementos geométricos. En nuestros días, el estudio de la trigonometría se extiende más allá de tales alcances y se torna importante por sus aplicaciones que van desde la ingeniería, la navegación y las ciencias, en general, hasta las artes, como la música y la arquitectura.

Algunos de los problemas que se plantearon en el origen de la trigonometría son del estilo siguiente:

¿Qué posibilidad hay de construir un triángulo con ciertas características?; o bien, conocidos algunos elementos del triángulo, ¿cómo determinar otros?

Ejemplos

1. ¿Puede construirse un triángulo rectángulo de tal manera que uno de sus ángulos mida 25° y uno de sus catetos mida 4 metros?

Solución:

Puesto que el triángulo es rectángulo, sólo falta conocer el otro ángulo agudo; pero éste es complementario a 25°; es decir, el tercer ángulo mide

$$90° - 25° = 65°.$$

Los ángulos del triángulo miden

$$90°,\ 25° \text{ y } 65°.$$

Con estos datos podemos encontrar triángulos no congruentes entre sí que tengan un cateto igual a 4, por lo que el triángulo no es único.

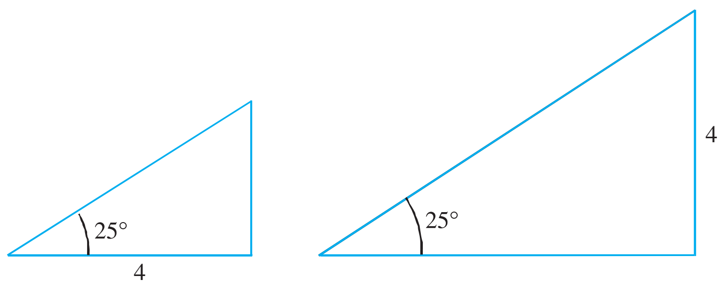


Figura 1-6

2. Los catetos de un triángulo rectángulo miden $\sqrt{3}$ y 1, ¿cuánto miden los ángulos del triángulo?

Solución:

Por el teorema de Pitágoras, la hipotenusa mide

$$\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = 2;$$

un triángulo cuyos lados miden $\sqrt{3}$, 1, 2 es:

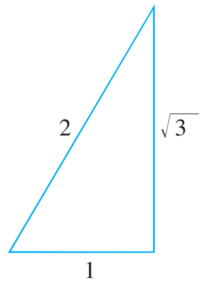


Figura 1-7

Para encontrar los ángulos, construimos otro triángulo reflejando el que ya tenemos y unimos los dos:

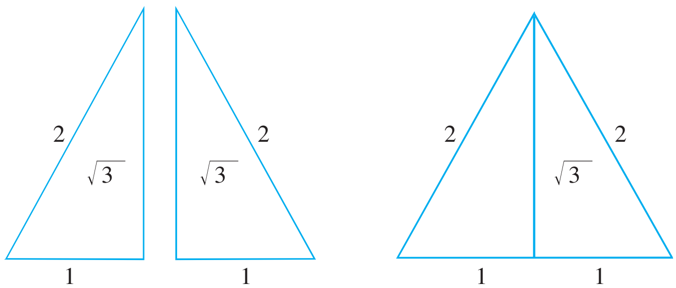


Figura 1-8

entonces, el triángulo es la mitad de un triángulo equilátero de lado 2. Como cada uno de los ángulos de un triángulo equilátero mide 60°, entonces los ángulos del triángulo rectángulo miden 30°, 60° y 90°.

3. En un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos miden 30° y 60°, encontrar la longitud del cateto más largo en términos de la hipotenusa.

Solución:

Llamamos A, B y C a los vértices del triángulo, ℓ al cateto más largo y x a la hipotenusa. Reflejamos, como en el ejemplo anterior, para obtener el triángulo de la figura:

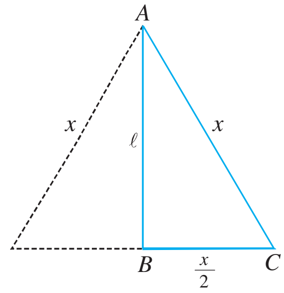


Figura 1-9

Puesto que el triángulo es equilátero, entonces la longitud del lado BC mide $\frac{x}{2}$.
Usando el teorema de Pitágoras, tenemos

$$x^2 = \ell^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2,$$

despejamos ℓ:

$$\ell = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x.$$

Así, la longitud del cateto más largo es $\frac{\sqrt{3}}{2}x$. Es decir, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ por la longitud de la hipotenusa.

No siempre hay argumentos geométricos tan sencillos como en los ejemplos anteriores, que nos permitan encontrar los ángulos de un triángulo cuando se conocen los lados. Las funciones trigonométricas, que definiremos en seguida, son la base para resolver, en general, problemas de este tipo.

Ejercicios

1. En un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos miden 30° y 60°, encuentra el cateto mayor en términos del cateto menor.
2. Encuentra la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos ángulos agudos miden 45° en términos de uno de los catetos.

Funciones trigonométricas para ángulos agudos

Un avión de control remoto se eleva formando un ángulo de 15° con respecto al piso. Si el avión se desploma a 35 metros del punto de partida, ¿cuál fue la altura máxima alcanzada por el avión? ¿Qué distancia recorrió en el ascenso?

Solución:

Con los datos del problema, dibujamos el esquema que aparece en la figura 1.10.